

# 特別研究報告

題目

ISP トポロジーにおける局所連結性が  
回線容量制約下のフロー量分布に与える影響

指導教員

村田 正幸 教授

報告者

松井 佑記

平成 24 年 2 月 16 日

大阪大学 基礎工学部 情報科学科

ISP トポロジーにおける局所連結性が  
回線容量制約下のフロー量分布に与える影響

松井 佑記

内容梗概

インターネットトポロジーを計測した結果、次数分布がべき則となることが明らかになっている。しかし、ネットワーク性能は次数分布のみに依存するのではなく、トポロジーが有する構造に大きく依存する。従って、トポロジー特性を利用したネットワーク設計、設備量予測、トラヒック制御手法の評価に応用するためには、ネットワーク性能を決定づけるトポロジー構造を明らかにする必要がある。

本報告では、ネットワーク性能としてリンクを経由するフロー量に着目し、トポロジー構造の違いがフロー量分布に与える影響を明らかにする。インターネットのルーターレベルトポロジーのトポロジー構造の特徴として高い局所連結性が指摘されていることから、まずルーターレベルトポロジーの高い局所連結性の要因を明らかにし、その上で局所連結性がもたらすフロー量分布の特性を示す。評価の結果、ISP のルーターレベルトポロジーの持つ高い局所連結性が、回線の総物理距離の最小化の過程で生じることが明らかとなった。また、回線の総物理距離が減少するとともに、フロー量分布が Zipf 則に近づくことを示した。ただし、回線の物理距離が最小となるトポロジーを構築すると、回線容量制約によって収容可能なトラヒック量が減少する。従って、ISP のルーターレベルトポロジーの局所連結性は、回線容量制約下において収容可能なトラヒック量を最大化しつつ、回線の総物理距離を最小化により得られることがわかった。

主な用語

べき則、ISP ルーターレベルトポロジー、局所連結性、回線容量、フロー量分布

## 目次

1	はじめに	4
2	関連研究	6
2.1	トポロジーのモデル化手法	6
2.2	ISP ネットワークの特徴	7
2.3	$dK$ 法によるトポロジーの分析手法	10
3	回線の物理距離の制約が局所連結性に与える影響	12
3.1	評価方法	12
3.2	評価結果	13
4	局所連結性が回線容量制約下のフロー量分布に与える影響	19
4.1	評価方法	19
4.2	評価指標	20
4.3	評価結果	21
5	おわりに	29
	謝辞	30
	参考文献	31

## 目次

1	BA トポロジーの次数分布 . . . . .	6
2	モジュール性によるトポロジーの構造の違い . . . . .	7
3	$H - Z$ 指標によるノードの分類 . . . . .	9
4	IIJ ネットワークの回線容量分布 . . . . .	10
5	$dK$ -preserving rewiring ( $d = 0, 1, 2$ の場合) . . . . .	11
6	AT&T トポロジーの回線の物理距離の総和とモジュール性の関係 ( $0K$ -preserving rewiring) . . . . .	15
7	BA トポロジーの回線の物理距離の総和とモジュール性の関係 ( $0K$ -preserving rewiring) . . . . .	15
8	AT&T トポロジーの回線の物理距離の総和とモジュール性の関係 (トポロジー $T$ に対して $1K$ -preserving rewiring) . . . . .	16
9	AT&T トポロジーの回線の物理距離の総和とモジュール性の関係 (オリジナルの AT&T トポロジーに対して $1K$ -preserving rewiring) . . . . .	16
10	BA トポロジーの回線の物理距離の総和とモジュール性の関係 ( $1K$ -preserving rewiring) . . . . .	18
11	40 Gbps の回線容量制約下で収容可能なトラフィック量の割合 . . . . .	22
12	通信需要の平均を 1 Mbps としたときに収容可能なトラフィック量 (トポロジー $T$ をもとに回線の物理距離を減少させた結果) . . . . .	22
13	通信需要の平均を 2 Mbps としたときに収容可能なトラフィック量 (トポロジー $T$ をもとに回線の物理距離を減少させた結果) . . . . .	23
14	通信需要の平均を 10 Mbps としたときに収容可能なトラフィック量 (トポロジー $T$ をもとに回線の物理距離を減少させた結果) . . . . .	23
15	通信需要の平均を 1 Mbps としたときに収容可能なトラフィック量 (オリジナルの AT&T トポロジーをもとに回線の物理距離を減少させた結果) . . . . .	24
16	通信需要の平均を 2 Mbps としたときに収容可能なトラフィック量 (オリジナルの AT&T トポロジーをもとに回線の物理距離を減少させた結果) . . . . .	24
17	通信需要の平均を 10 Mbps としたときに収容可能なトラフィック量 (オリジナルの AT&T トポロジーをもとに回線の物理距離を減少させた結果) . . . . .	25
18	フロー量分布 (AT&T トポロジー) . . . . .	25
19	比較したトポロジー . . . . .	27
20	通信需要の平均を 1 Mbps としたときのフロー量分布の比較 . . . . .	27

## 1 はじめに

インターネットトポロジを計測した結果、次数分布がべき則に従うことが明らかとなっている [1]。次数分布がべき則に従うトポロジでは、ノードの次数  $k$  の出現確率  $P(k)$  が  $P(k) \propto k^{-\gamma}$  で表せる ( $\gamma$  は定数)。これまでに、べき則の性質に着目したネットワーク性能についての議論がなされている [2]。しかし、次数分布のみがトポロジの性質を決定することはない。例えば、文献 [3] では、次数分布が同一で構造の異なる複数のトポロジを列挙し、それぞれのトポロジがノード処理能力の制限下で収容できるトラフィック量を評価している。その結果、ノードの次数分布が同一であったとしても構造が異なる場合には収容可能なトラフィック量が異なり、次数分布よりも高次の性質が収容可能なトラフィック量を決定付けることが示されている。

インターネットトポロジのモデル化に関する研究がなされている [4-6]。これらの文献では、トポロジの連結性に着目したモデル化が検討されている。インターネットのモデル化は、ネットワーク制御手法を評価する上で重要な課題である。ネットワーク制御手法の性能はインターネットトポロジや回線容量に大きく影響されるため、このような手法の有用性を示すためには適切なネットワークモデルが必要である。しかし、インターネットトポロジ、特にルーターによって構成される ISP 内のトポロジ (以降、ルーターレベルトポロジと呼ぶ) においては、連結性のみならず回線容量や回線の物理距離の総和がトポロジの性質を決定付ける重要な要素となる。文献 [7] では、国内 ISP ネットワークの回線容量分布が Zipf 則に従うことを指摘している。回線容量分布が Zipf 則に従うとは、 $k$  番目に大きな回線容量が、全回線の回線容量に占める割合が  $1/k$  に比例することである。文献 [8] では、回線容量分布がべき則に従うことで収容可能なトラフィック量が増大することを明らかにしている。しかし、フロー数分布が Zipf 則に従う要因は明らかとなっていない。

先行研究である文献 [9] では、ISP のルーターレベルトポロジにおいて、地域ごとのモジュール内のルーター同士が局所的に密に連結されるモジュール性の高い構造を有していることを示し、モジュール性の向上によるフロー量の変動抑制と収容可能なトラフィック量の向上を目指した結果、フロー量分布がべき則に従うことを明らかにした。しかし、文献 [9] では、ISP のルーターレベルトポロジが高いモジュール性を持つ要因については述べられていない。そこで、本研究では、ルーターレベルトポロジが高いモジュール性を持つ理由を明らかにすることで、フロー量分布を決定づける要因を明らかにする。本報告では、ISP のルーターレベルトポロジの持つ高いモジュール性が回線の物理距離の小さなトポロジを生成することで得られることを示した。回線の物理距離の小さなトポロジを構築すると、回線容量制約下における収容可能なトラフィック量が減少することを示した。その結果、ISP のルーターレベルトポロジのフロー量分布が、回線容量制約下における収容可能なトラ

ヒック量を減少させないように、回線の物理距離の小さなトポロジーを構築することで得られることを示した。

本報告では、まず、2章で、べき則に従うネットワークにおける関連研究について述べる。次に3章で、回線の物理距離の総和による制約がISPのルーターレベルトポロジーの局所連結性を導くことを示す。4章では、高い局所連結性が回線容量制約下のフロー量分布がZipf則を導き、回線容量制約下で収容可能なトラヒック量に与える影響を述べる。最後に、本報告のまとめと今後の課題について述べる。

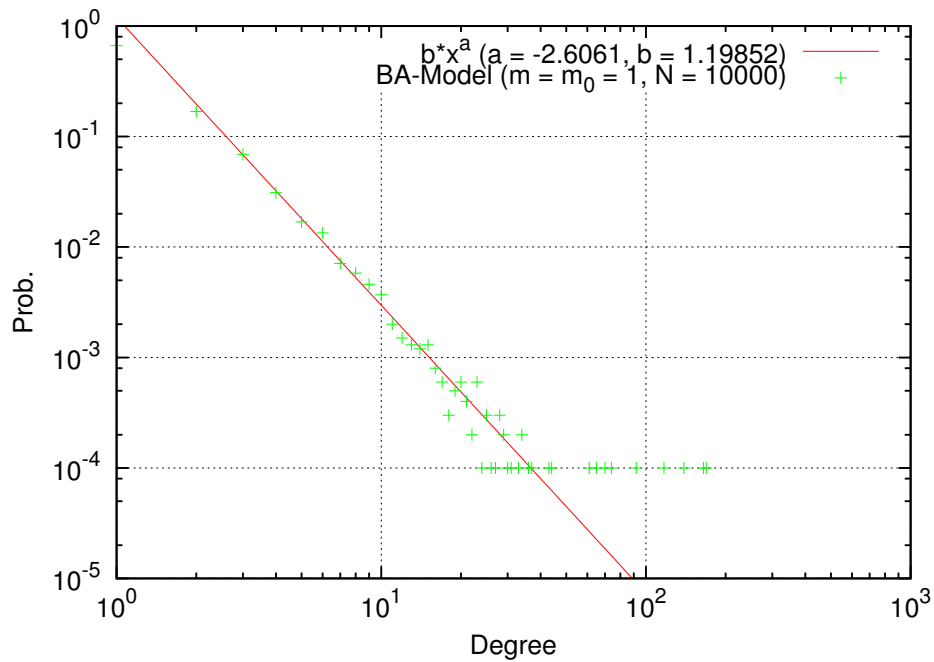


図 1: BA トポロジーの次数分布

## 2 関連研究

### 2.1 トポロジーのモデル化手法

#### 2.1.1 BA(Barabási Albert) モデル

文献 [2] では、べき則の性質の有するトポロジーを生成する手法として BA モデルが提案されている。BA モデルは次の手順でトポロジーを生成する。

Step.1  $m_0$  個のノードを持つ完全グラフを配置する。

Step.2 ノード数  $N$  に達するまで Step.2 を繰り返す。

Step.2.1 新規ノードを追加する。

Step.2.2  $k_i / \sum_j k_j$  ( $k_i$  はノード  $i$  の次数) の優先的確率で  $m (\leq m_0)$  個のノードを選択し、選択したノードと新規ノードの間にリンクを追加する。

BA トポロジーの次数分布は図 1 のような指数 2 から 3 のべき則に従う。図 1 の横軸はノード次数、縦軸はそのノードの存在確率を表す。

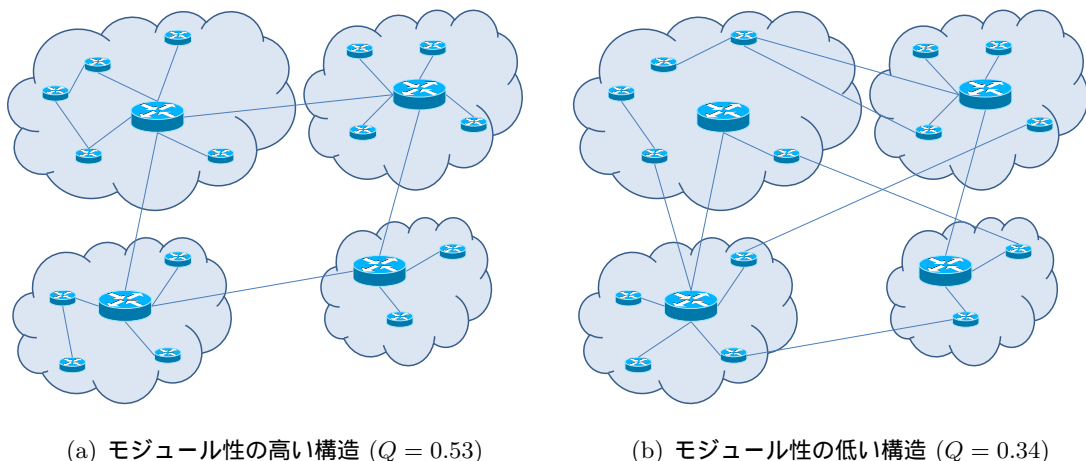


図 2: モジュール性によるトポロジーの構造の違い

また、BA トポロジーは多数のリンクを持つハブノードを持ち、そのハブノード間は小さいホップ数で接続される。そのため、ノード間の平均最短ホップ数が小さいスモールワールド性を有することが指摘されている [10]。

## 2.2 ISP ネットワークの特徴

### 2.2.1 トポロジーの構造

文献 [11] では、トポロジーの構造を分析する評価指標として、モジュール性  $Q$  ( $0.5 \leq Q \leq 1$ ) が提案されている。モジュール性は、ネットワーク内のノード集合を複数のモジュールとして分割したときに、モジュール間の接続の疎密さを表し、次の式で定義される。

$$Q = \sum_i (e_{ii} - a_i^2) \quad (1)$$

ここで、 $e_{ii}$  はネットワーク中の全てのリンクの数に対する同一モジュール  $i$  に属する 2 ノード間を結ぶリンクの割合、 $a_i$  はネットワーク中の全てのリンクの数に対するモジュール  $i$  に属する 2 ノード間を接続するリンクの割合を表す。定義より、モジュール性は同一モジュールに属するノード間のリンクが密になるほど、異なるモジュールに属するノード間のリンクが疎になるほどモジュール性が大きくなることわかる (図 2)。

また、モジュール性  $Q$  は、次の式によっても定義することができる [12]。

$$Q = \frac{1}{2m} \sum_{vw} \left( A_{vw} - \frac{k_v k_w}{2m} \right) \delta(c_v, c_w) \quad (2)$$



ここで、 $A_{vw}$  はネットワークのノード  $v, w$  間のリンクを表す隣接行列、すなわち、

$$A_{vw} = \begin{cases} 1 & \text{if vertices } v \text{ and } w \text{ are connected} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}, \quad (3)$$

$m = \frac{1}{2} \sum_{vw} A_{vw}$  は全リンク数、 $k_v = \sum_w A_{vw}$  はノード  $v$  の次数、 $c_v$  はノード  $v$  の属するモジュール、 $\delta(i, j)$  はクロネッカーのデルタ、すなわち、

$$\delta(i, j) = \begin{cases} 1 & (i = j) \\ 0 & (i \neq j) \end{cases} \quad (4)$$

を表す。式 (1) と式 (2) で与えられるモジュール性の値は等しくなる。

ノードを都市単位にモジュール分割しモジュール性を求めると、ISP トポロジーの一つである AT&T トポロジーでは 0.59 が得られ、BA モデルにより生成した AT&T トポロジーとノード数とリンク数が同じトポロジーにより得られる  $-0.01$  の値と比べて高いモジュール性を示していることがわかる。更に、文献 [9] では、この高いモジュール性によって回線を経由する最短経路数の Zipf 則が導かれることを示している。

文献 [9] では、ISP トポロジーの持つ高いモジュール性の要因を構造的に分析し、 $H - Z$  指標を用いてノードを 4 つのクラスに分類する手法により説明している。

$Z_i$  はノード  $i$  にリンクがどの程度集約されているかを表し、次の式で表される。

$$Z_i = \frac{k_i - \bar{k}}{\sigma_k} \quad (5)$$

ここで、 $k_i$  はノード  $i$  の次数、 $\bar{k}$  はトポロジーのノードの平均次数、 $\sigma_k$  は次数の偏差を表す。

$H_i$  はノード  $i$  がどの程度ネットワークの中心に位置するのかを表し、次の式で表される。

$$H_i = \frac{d_i - \bar{d}}{-\sigma_{d_i}} \quad (6)$$

ここで、 $d_i$  はノード  $i$  から他ノードへの平均ホップ数、 $\bar{d}$  は  $d_i$  の平均、 $\sigma_{d_i}$  はノード  $i$  から他ノードへのホップ数の偏差を表す。

$Z$  と  $H$  の値によって、図 3 のように、4 つのクラスに分類する。図 3 の横軸は  $H$  の値、縦軸は  $Z$  の値を表す。

- $Z$  が高く、 $H$  が高い、Hub-core。
- $Z$  が低く、 $H$  が高い、Non-hub-core。
- $Z$  が高く、 $H$  が低い、Provincial hub。

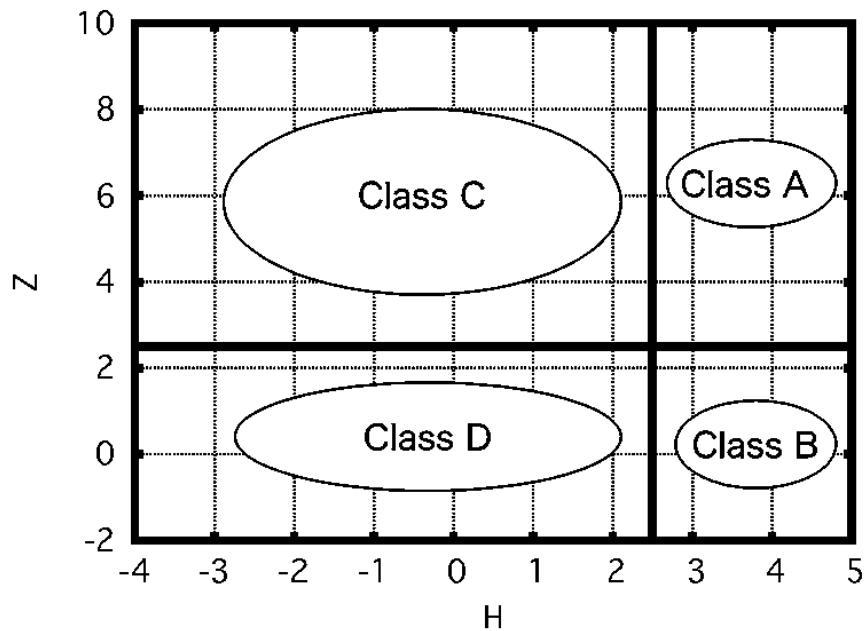


図 3:  $H - Z$  指標によるノードの分類

- $Z$  が低く、 $H$  が低い、Leaf (non-hub)。

$H - Z$  指標により、BA トポロジーでは Class A に属するハブノードが多い一方で、ISP トポロジーでは Class C に属するハブノードが多いことが示されている。ISP トポロジーに存在するこのようなハブノードが、その隣接するノードとモジュールを形成していることが指摘されている。

### 2.2.2 回線容量分布

文献 [9] では、国内 ISP ネットワークの回線容量分布が Zipf 則に従うことを指摘している。この文献では、国内 ISP ネットワークの 1 つである IJ(Internet Initiative Japan) のバックボーンネットワークの公開情報を用いて、図 4 のように回線容量分布が Zipf 則に従うことを示している。図 4 の縦軸は回線容量、横軸はそのリンクの順位を表す。また、べき則に従う回線容量分布は、一様分布、指数分布に従うときよりも、多くのトラフィックを収容可能にすることを示している。

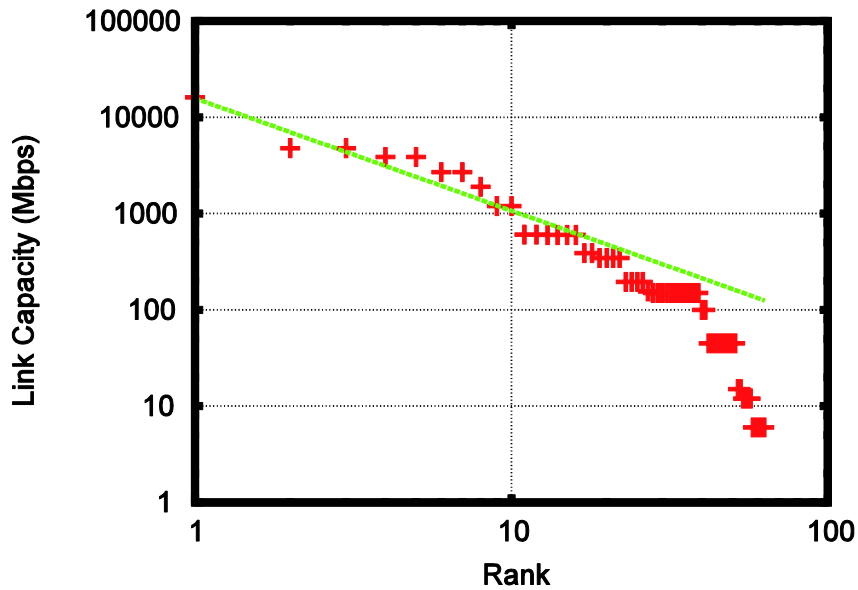


図 4: IJ ネットワークの回線容量分布

### 2.3 $dK$ 法によるトポロジーの分析手法

文献 [13] では、 $dK$  法によるトポロジーの分析手法が提案されている。任意のグラフ  $G$  に対して、次のような条件を満たす性質  $\mathcal{P}_d$  ( $d = 0, 1, \dots$ ) を定める。

1. 指定した性質  $\mathcal{P}_d$  を満たすグラフが構築可能である。
2. 性質  $\mathcal{P}_d$  が性質  $\mathcal{P}_i$  ( $i = 0, \dots, d - 1$ ) を包括する。
3.  $d$  が増加するに従って、性質  $\mathcal{P}_d$  を持つグラフ集合は、あるグラフ  $G$  に収束する。

性質  $\mathcal{P}_d$  ( $d = 0, 1, \dots$ ) は、特に  $d = 0, 1, 2$  のときにそれぞれ、平均次数、次数分布、結合次数分布として表されている。結合次数分布とは、リンクを選択したときにその両端のノードの次数  $k_1, k_2$  の組み合わせの出現確率を表す分布のことを言う。

また、性質  $\mathcal{P}_d$  ( $d = 0, 1, \dots$ ) に基づいたリワイヤリング手法として、 $dK$ -preserving rewiring が示されている。特に、 $d = 0, 1, 2$  の場合、図 5 のようなリワイヤリングを行うことで、それぞれ平均次数、次数分布、結合次数分布がリワイヤリングで維持される。ここで、 $k_1, k_2, k_3, k_4$  はノードの次数を表すものとする。

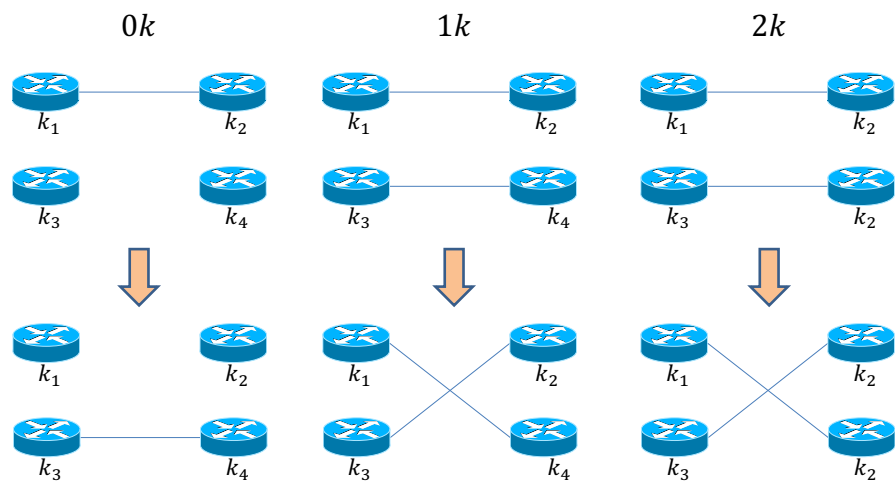


図 5:  $dK$ -preserving rewiring ( $d = 0, 1, 2$  の場合)

### 3 回線の物理距離の制約が局所連結性に与える影響

#### 3.1 評価方法

この章では、回線の物理距離の総和を小さくするリワイヤリングを行うことで、ISP トポロジーのモジュール性を有するトポロジーが得られることを示す。

##### 3.1.1 ネットワークトポロジー

ISP トポロジーとして AT&T 社のルーターレベルトポロジー (以下、AT&T トポロジーと呼ぶ)、比較のためのモデルベースのトポロジーとして、AT&T トポロジーのノード数とリンク数が等しいトポロジーを BA モデルにより生成する (以下、BA トポロジーと呼ぶ)。

AT&T トポロジーの各ノードは、地理情報として、そのノードの位置する都市名、座標、都市人口を持つ。AT&T トポロジーと BA トポロジーに対して、同一の都市に属するノード集合へモジュール分割する。BA トポロジーの各ノードには、AT&T トポロジーのノードが持つ地理情報に基づいて次の方法で地理情報を対応付ける。

**Step.1** AT&T トポロジーと BA トポロジーの各ノードに対して、それぞれノードの次数順にノードに順位を与える。

**Step.2** BA トポロジーの各ノードへ、AT&T トポロジーとノードの順位が等しいノードの地理情報を対応付ける。

AT&T トポロジーと BA トポロジーのノード数は 523 ノード、リンク数は 1304 リンク、モジュール性はそれぞれ 0.59、 $-0.01$  となっている。また、これらのトポロジーをオリジナルのトポロジーと呼ぶことにする。

##### 3.1.2 リワイヤリング手法

回線の物理距離をランダム化するリワイヤリング

本報告では、トポロジーのリンクを  $dK$ -preserving rewiring のもとランダム化するリワイヤリングとして、次のような手順でリワイヤリングを行う。以下、トポロジーの回線の物理距離をランダム化すとは、このリワイヤリングを行うことを指す。

**Step.1** ランダムに 2 本のリンクを選択する。

**Step.2**  $dK$ -preserving rewiring を行う ( $d = 0, 1$ )。

Step.3 連結性が保持されていない場合、Step.2のリワイヤリングを適用せずにStep.1に戻る。

#### 回線の物理距離を減少させるリワイヤリング

回線の物理距離の総和を減少させるリワイヤリングとして、次のような手順でリワイヤリングを行う。以下、トポロジーの回線の物理距離を減少させるとは、このリワイヤリングを行うことを指す。

Step.1 ランダムに2本のリンクを選択する。

Step.2  $dK$ -preserving rewiring を行う ( $d = 0, 1$ )。

Step.3 連結性が保持されていない場合、もしくは、リワイヤリング後のトポロジーがリワイヤリング前のトポロジーより回線の物理距離の総和が大きくなる場合に、Step.2のリワイヤリングを適用せずにStep.1に戻る。

#### モジュール性を増加させるリワイヤリング

モジュール性を増加させるリワイヤリングとして、次のような手順でリワイヤリングを行う。以下、トポロジーのモジュール性を増加させるとは、このリワイヤリングを行うことを指す。

Step.1 ランダムに2本のリンクを選択する。

Step.2  $dK$ -preserving rewiring を行う ( $d = 0, 1$ )。

Step.3 連結性が保持されていない場合、もしくは、リワイヤリング後のトポロジーがリワイヤリング前のトポロジーより小さくなる場合に、Step.2のリワイヤリングを適用せずにStep.1に戻る。

## 3.2 評価結果

### 3.2.1 $0K$ -preserving rewiring によるリワイヤリング

AT&T トポロジーに対して、 $0K$ -preserving rewiring を用いてリワイヤリングを行うことで、平均次数のみを保持した場合に回線の物理距離の総和がモジュール性に与える影響を評価した。まずオリジナルの AT&T トポロジーに対して、回線の物理距離をランダム化し (5000 ステップ)、その後、回線の物理距離の総和を減少させた (15000 ステップ)。このリワイヤリングによる結果を図6に示す。図6の横軸は回線の物理距離の総和、縦軸はモジュール性を表す。

オリジナルの AT&T トポロジーに対して、回線の物理距離をランダム化すると (図 6 の randomize)、回線の物理距離が増加するとともに、モジュール性が 0 付近まで小さくなっている。回線の物理距離をランダム化したトポロジーに対して、回線の物理距離の総和を減少させると (図 6 の distance-minimize)、回線の物理距離の総和が減少するにつれてモジュール性が高くなる。このリワイヤリングによってオリジナルの AT&T トポロジーと同程度の回線の物理距離の総和を持つトポロジーを生成すると、オリジナルの AT&T トポロジーと比較してモジュール性の低いトポロジーが得られた。

また、BA トポロジーに対しても同様に、回線の物理距離の総和がモジュール性に与える影響を評価した。オリジナルの BA トポロジーに対して、回線の物理距離の総和を減少させた結果を図 7 に示す。

オリジナルの BA トポロジーに対して、回線の物理距離の総和を減少させると、回線の物理距離の総和がオリジナルの AT&T トポロジーと同程度のときにモジュール性は低くなっている。

これらのことから、 $0K$ -preserving rewiring の構造のみを維持し、に回線の物理距離を減少させた場合には、オリジナルの AT&T トポロジーの持つ回線の物理距離の総和とモジュール性を持つトポロジーを得ることができないことがわかった。

### 3.2.2 $1K$ -preserving rewiring によるリワイヤリング

AT&T トポロジーに対して、 $1K$ -preserving rewiring を用いてリワイヤリングを行うことで、次数分布を保持した場合に回線の物理距離の総和がモジュール性に与える影響を分析した。3.2.1 節と同様に、まず、オリジナルの AT&T トポロジーに対して、回線の物理距離をランダム化した (5000 ステップ)。ここで得られたトポロジーを  $T$  とする。トポロジー  $T$  に対して回線の物理距離の総和を減少させる (15000 ステップ) ことで得られたトポロジーと、トポロジー  $T$  に対してモジュール性を増加させる (50000 ステップ) ことで得られたトポロジーを比較した結果を図 8 に示す。また、オリジナルの AT&T トポロジーに対して、回線の物理距離の総和が小さくなるようにリワイヤリングを行ったときの結果を図 9 に示す。

オリジナルの AT&T トポロジーに対して、回線の物理距離をランダム化すると (図 8 の randomize)、回線の物理距離の総和が増加するとともに、モジュール性が 0 付近まで小さくなっている。トポロジー  $T$  に対して、回線の物理距離の総和を減少させると (図 8 の distance-minimize)、回線の物理距離の総和が減少するにつれてモジュール性が高くなる。このリワイヤリングによってオリジナルの AT&T トポロジーと同程度の回線の物理距離の総和を持つトポロジーを生成すると、オリジナルの AT&T トポロジーと同程度のモジュール性を持つトポロジーが得られた。しかし、モジュール性を増加させると (図 8 の modularity-minimize)、

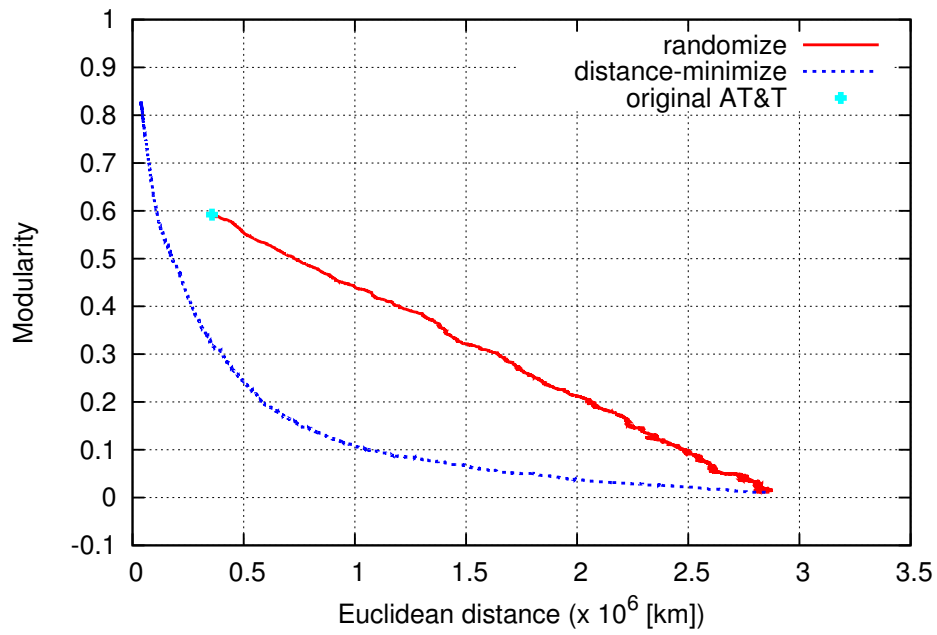


図 6: AT&T トポロジーの回線の物理距離の総和とモジュール性の関係 ( $0K$ -preserving rewiring)

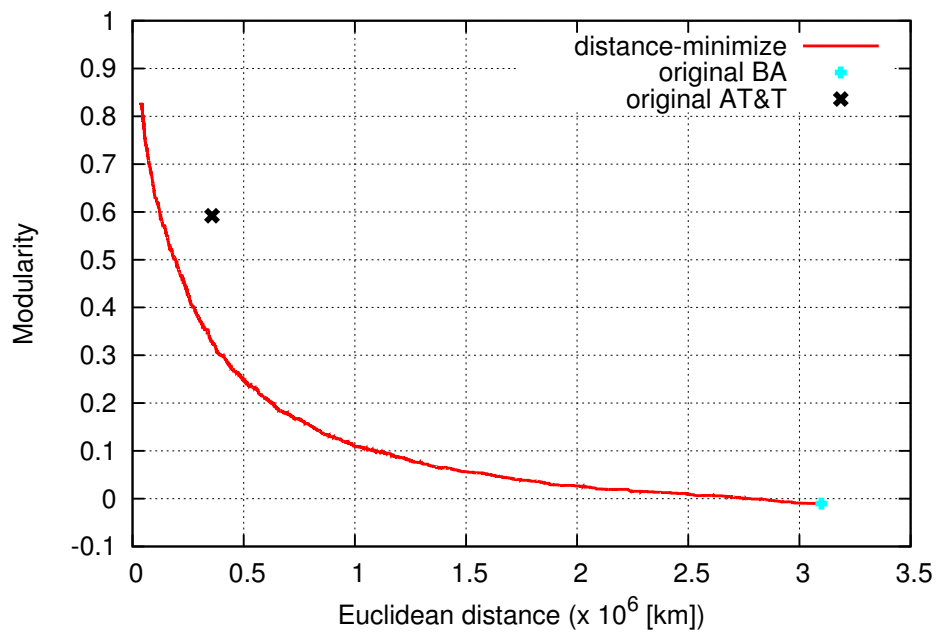


図 7: BA トポロジーの回線の物理距離の総和とモジュール性の関係 ( $0K$ -preserving rewiring)



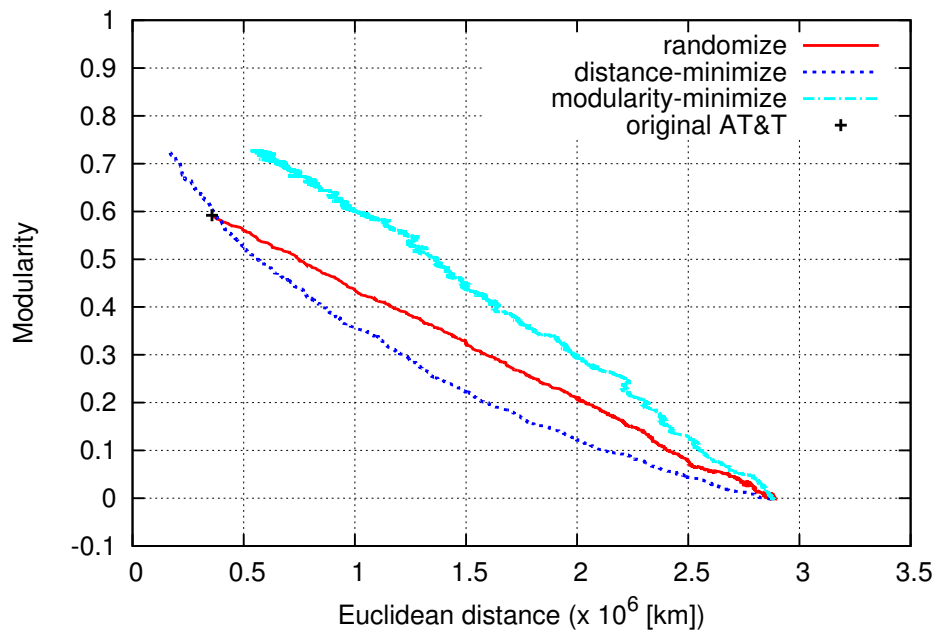


図 8: AT&T トポロジーの回線の物理距離の総和とモジュール性の関係 (トポロジー  $T$  に対して  $1K$ -preserving rewiring)

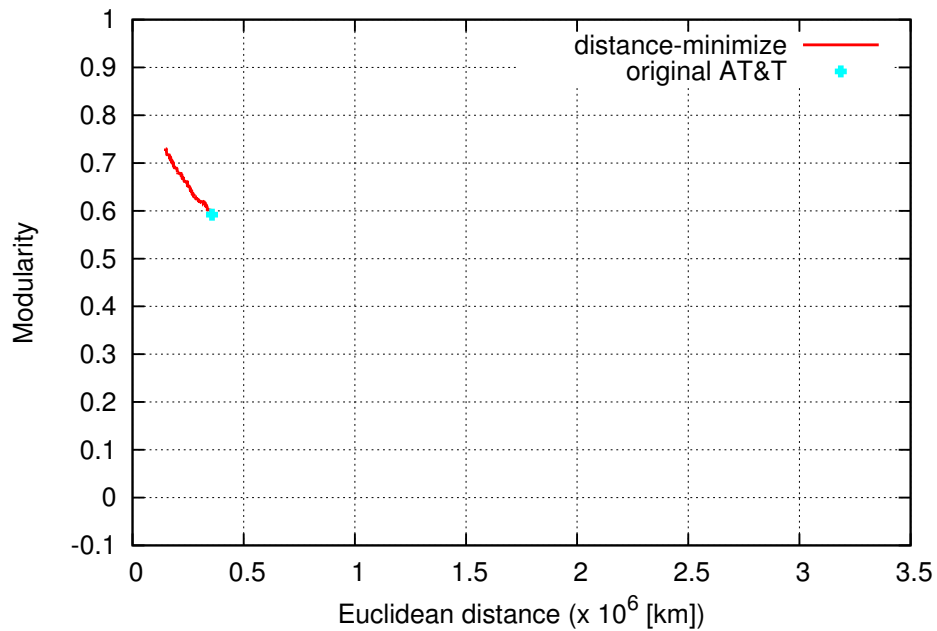


図 9: AT&T トポロジーの回線の物理距離の総和とモジュール性の関係 (オリジナルの AT&T トポロジーに対して  $1K$ -preserving rewiring)

オリジナルの AT&T トポロジーと同程度のモジュール性を持つトポロジーを生成しても、オリジナルの AT&T トポロジーより回線の物理距離の総和が大きくなっていた。このような結果が得られる原因は、モジュール性を減少させるだけでは、異なるモジュール間の回線の距離を減少させることができないためである。

また、BA トポロジーに対しても同様に、回線の物理距離の総和がモジュール性に与える影響を分析した。オリジナルの BA トポロジーに対して、回線の物理距離の総和を減少させたとき (15000 ステップ)、モジュール性を増加させたとき (50000 ステップ) の結果を図 10 に示す。

オリジナルの BA トポロジーに対して、回線の物理距離の総和を減少させ (図 10 の distance-minimzie)、オリジナルの AT&T トポロジーと同程度の回線の物理距離の総和を持つトポロジーを生成すると、オリジナルの AT&T トポロジーと同程度のモジュール性を持つトポロジーが得られた。しかし、モジュール性を増加させた場合には (図 10 の modularity-minimzie)、オリジナルの AT&T トポロジーと同程度のモジュール性を持つトポロジーを生成しても、オリジナルの AT&T トポロジーより回線の物理距離の総和が大きくなっていた。

これらのことから、次数分布を維持し、回線の物理距離を減少させることでのみ、オリジナルの AT&T トポロジーの持つ回線の物理距離の総和とモジュール性を持つトポロジーを生成できることがわかった。一方、モジュール性を増加させることで得られたトポロジーでは、オリジナルの AT&T トポロジーの持つ回線の物理距離の総和とモジュール性を持つトポロジー生成できないことがわかった。

図 9 のように、回線の物理距離の総和を減少させると、オリジナルの AT&T トポロジーより高いモジュール性と回線の物理距離の総和の小さいトポロジーを生成することができる。しかし、オリジナルの AT&T トポロジーではそのような構造を取っていない。そこで、次の章では、AT&T トポロジーが回線の物理距離の総和が最小となる構造を有していない理由を、回線容量制約下のフロー量の観点から分析する。

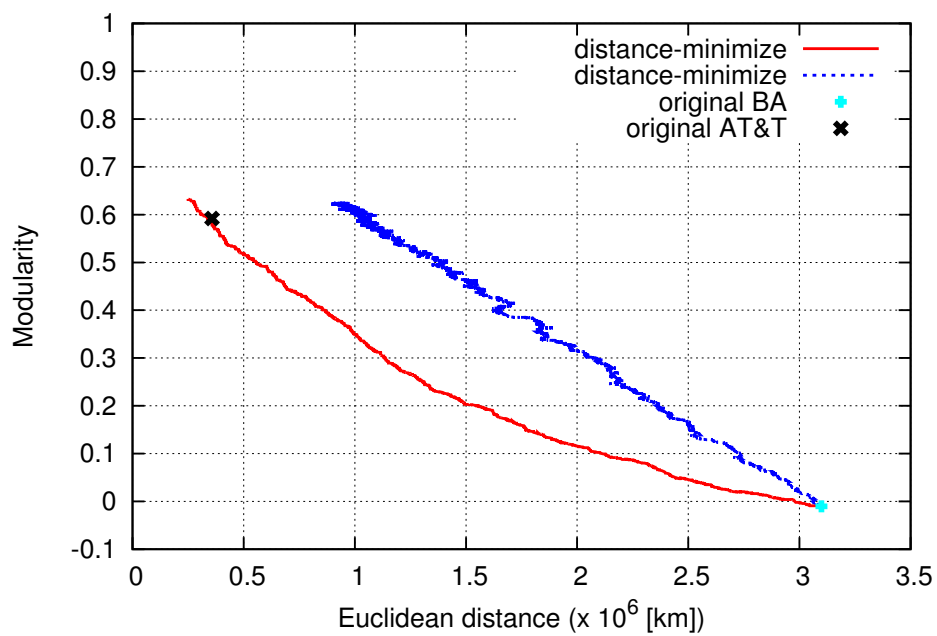


図 10: BA トポロジーの回線の物理距離の総和とモジュール性の関係 ( $1K$ -preserving rewiring)

## 4 局所連結性が回線容量制約下のフロー量分布に与える影響

### 4.1 評価方法

本性では、回線の物理距離を小さくすることで、リンクを流れるフロー量の分布がどのように変化するかを評価し、このリンクを流れるフロー量の分布が収容可能なトラヒック量に与える影響を示す。リワイヤリングは3.1.2節に示したもので1K-preserving rewiringを用いる。

#### 4.1.1 回線容量モデル

回線容量とは、回線が単位時間あたりに処理可能なデータ量を表す。本報告では、トポロジーの全てのリンクに均一な回線容量を割り当てる。

#### 4.1.2 トラヒックマトリックスモデル

トラヒックの送信元ノード  $i$  から送信先ノード  $j$  の2ノード間の通信で単位時間に生成されるデータ量を対地間フロー量、全てのノード間の対地間フロー量を表す行列をトラヒックマトリックスと呼ぶ。通信需要については、通信を行う2ノードの都市人口による重みの積に比例するグラビティモデルにより与える。ノード  $i, j$  間の都市人口による重み  $g_{i,j}, g_{i,j}$  の平均を  $\bar{g}$ 、全てのノード間の対地間フロー量の平均需要を  $\mu$  とするとき、ノード  $i, j$  間の通信需要  $d_{i,j}$  が、

$$d_{i,j} = \frac{g_{i,j}}{\bar{g}} \mu \quad (7)$$

に従うとする。ただし、ノード  $i$  に属する人口  $p_i$  は、ノード  $i$  の都市人口  $m_i$  を同一の都市に位置するノード数  $n_i$  で当分割し ( $p_i = m_i/n_i$ )、ノード  $i, j$  間の都市人口による重み  $g_{i,j}$  は、

$$g_{i,j} = p_i p_j$$

と定める。

通信需要と回線容量に基づいた対地間フロー量の算出については、次のような手順で行う。

**Step.1**  $d_{i,j}$  をノード  $i, j$  間の通信需要、 $C_l$  をリンク  $l$  の回線容量、 $\delta_{(i,j),l}$  をリンク  $l$  がノード  $i, j$  間のセッションの経路上にあり、かつそのセッションが未割当ての場合に1、そうでない場合に0となるように初期化する。

**Step.2** 未割当てのセッションがなくなるまで Step.2 を繰り返す。

Step.2.1 各リンク  $l$  に対して、

$$\alpha_l = \begin{cases} 1 & \text{if } \sum_{i,j} \delta_{(i,j),l} d_{i,j} \leq C_l \\ \frac{\sum_{i,j} \delta_{(i,j),l} d_{i,j}}{C_l} & \text{otherwise} \end{cases} \quad (8)$$

となるように  $\alpha_l$  を定める。

Step.2.2  $\alpha_l$  が最小となるリンク  $l'$  を選択する。

Step.2.3  $\delta_{i,j}(l') = 1$  を満たす全てのノード  $i, j$  間のセッションに対して、次の操作を行う。

Step.2.3.1 ノード  $i, j$  間のセッションの対地間フロー量を  $f_{i,j} = \alpha_{l'} d_{i,j}$  と定める。

Step.2.3.2 全てのリンク  $l$  に対して、

$$C_l \leftarrow C_l - \delta_{(i,j),l} \alpha_{l'} d_{i,j} \quad (9)$$

となるように  $C_l$  を更新する。

Step.2.3.3 ノード  $i, j$  間のセッションをを割当て済みとするために、全てのリンク  $l$  に対して  $\delta_{i,j}(l) = 0$  と更新する。

## 4.2 評価指標

### 4.2.1 収容可能なトラヒック量

収容可能なトラヒック量は、全てのノード間の対地間フロー量の総和で、次の式で表す。

$$F = \sum_{i,j} f_{i,j} \quad (10)$$

$f_{i,j}$  はノード  $i, j$  間の対地間フロー量を表す。収容可能なトラヒック量によって、トポロジー全体で通信需要がどの程度満たされているのかを評価する。

### 4.2.2 フロー量分布

全てのノード間に通信需要に基づき対地間フロー量を求めたときに、各リンクを流れるフロー量を評価する。

## 4.3 評価結果

### 4.3.1 回線の物理距離が回線容量制約下の収容可能なトラフィック量に与える影響

オリジナルの AT&T トポロジーが、各リンクの回線容量に 40 Gbps の制約を与えたとき、通信需要によって収容可能なトラフィック量がどのように変化するかを求めた。評価結果を図 11 に示す。図 11 の縦軸は回線容量に 40 Gbps の制約を与えたときの収容可能なトラフィック量を、回線容量に制約がないとしたときに収容可能なトラフィック量で正規化した値 (収容可能なトラフィック量の割合とする) を、横軸は対地間の通信需要を表す。

評価の結果、通信需要が 2 Mbps 以上のとき、オリジナルの AT&T トポロジーではフローを収容しきれないリンクを持つと言える。そこで、オリジナルの AT&T トポロジーが、収容しきれないフローを持つリンクがなく最大の通信需要を持つとき、すなわち、40 Gbps の回線容量制約下で通信需要が 2 Mbps とする状況を想定する。このとき、3.2.2 節で得られたトポロジー  $T$  とオリジナルの AT&T トポロジーの回線の物理距離の総和を減少させると、収容可能なトラフィック量がどのように変化するかを評価した。評価結果をそれぞれ、図 13,16 に示す。

また比較のため、通信需要の平均を 1, 10 Mbps としたときにトポロジー  $T$  の回線の物理距離の総和を減少させた収容可能なトラフィック量を求めた結果をそれぞれ図 12,14 に示す。また、オリジナルの AT&T トポロジーに対して、回線の物理距離の総和を最小化するリワイヤリングを行ったときの評価結果をそれぞれ図 15,17 に示す。図 12,13,14,15,16,17 の縦軸は収容可能なトラフィック量、横軸は回線の物理距離の総和を表す。

評価の結果、回線の物理距離の総和がオリジナルの AT&T トポロジーの値 0.36 km より大きいとき、ほとんど回線容量の制約に影響を受けずにトラフィックを収容することが出来ている。しかし、オリジナルの AT&T トポロジーの持つ回線の物理距離の総和より小さいとき、回線容量に影響を受け、収容可能なトラフィック量が減少していることがわかる。

このことから、ISP のルーターレベルトポロジーのモジュール性と回線の物理距離の総和の関係は、回線容量制約のもとで収容可能なトラフィック量に影響を与えない範囲で、回線の物理距離の総和を小さくなるように構築することであらわれると言える。

### 4.3.2 回線の物理距離がフロー量分布に与える影響

トポロジー  $T$  に対して対地間ノードの通信需要を平均 2 Mbps で与え、回線の物理距離を減少させたときにフロー量分布が、どのように変化するかを求めた結果を図 18 に示す。図 18 の縦軸はリンクを流れるフロー量、横軸はそのフロー量の順位を表す。

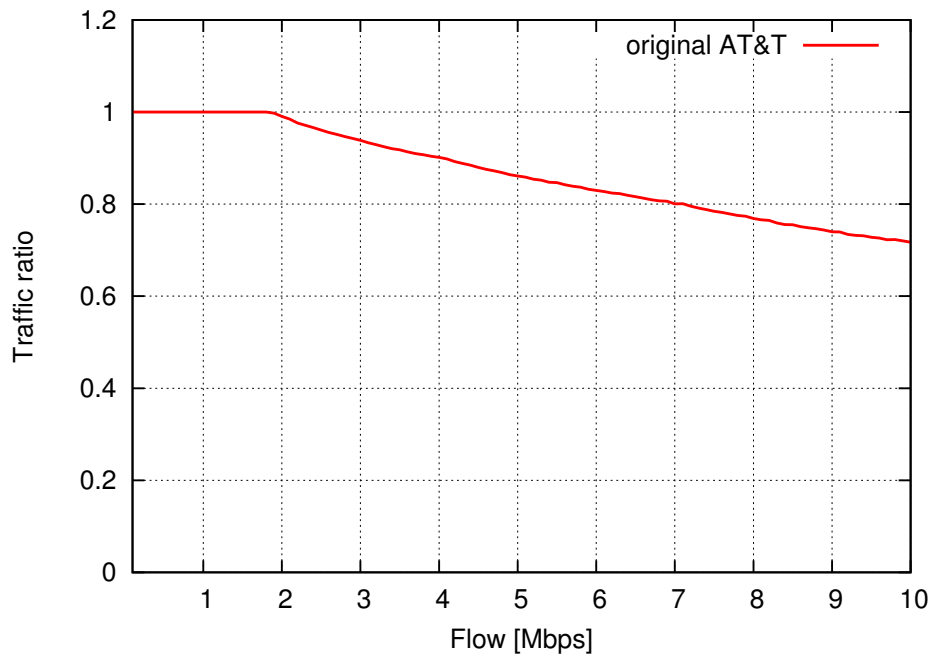


図 11: 40 Gbps の回線容量制約下で収容可能なトラフィック量の割合

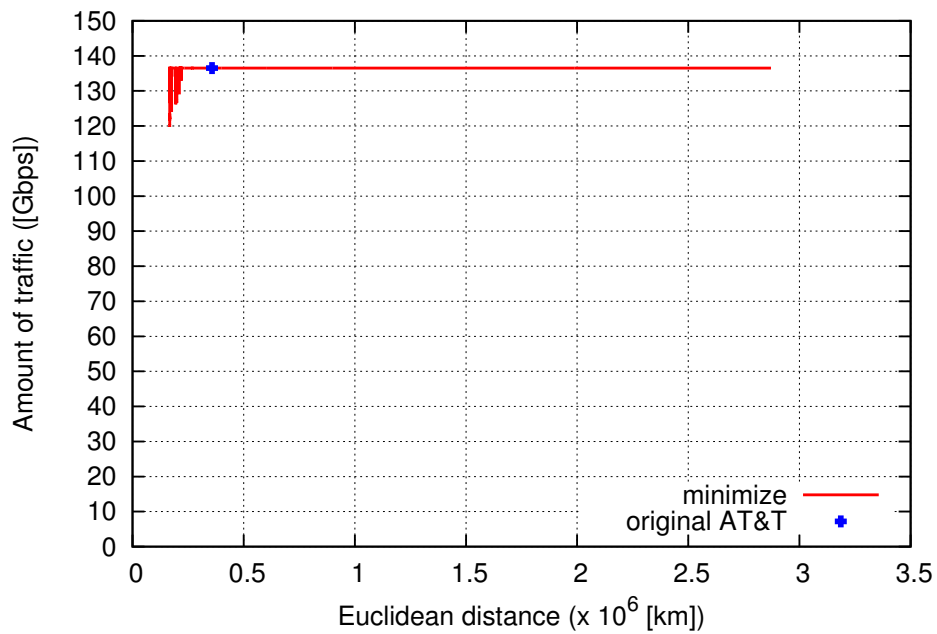


図 12: 通信需要の平均を 1 Mbps としたときに収容可能なトラフィック量 (トポロジー  $T$  をもとに回線の物理距離を減少させた結果)

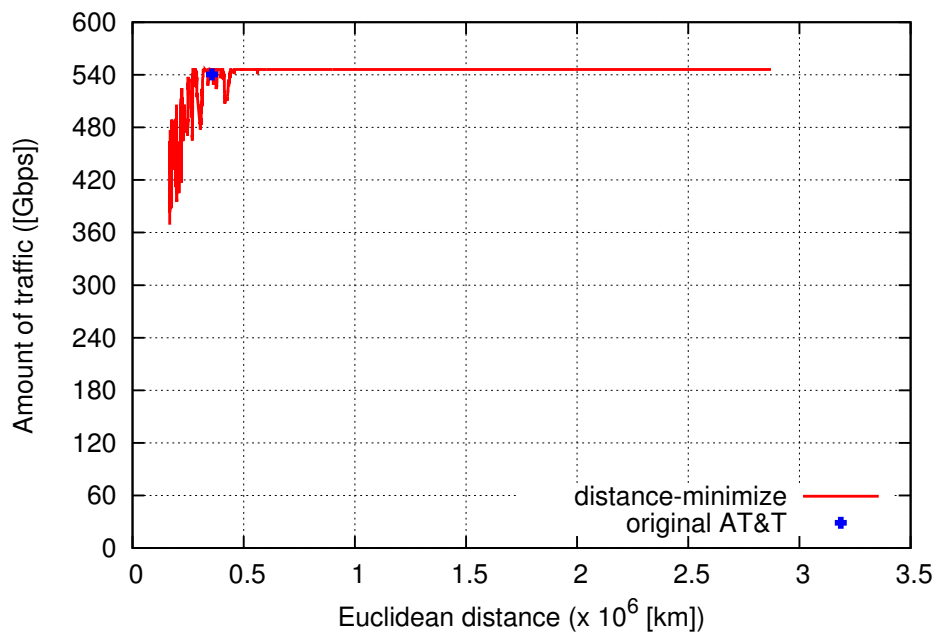


図 13: 通信需要の平均を 2 Mbps としたときに収容可能なトラフィック量 (トポロジー  $T$  をもとに回線の物理距離を減少させた結果)

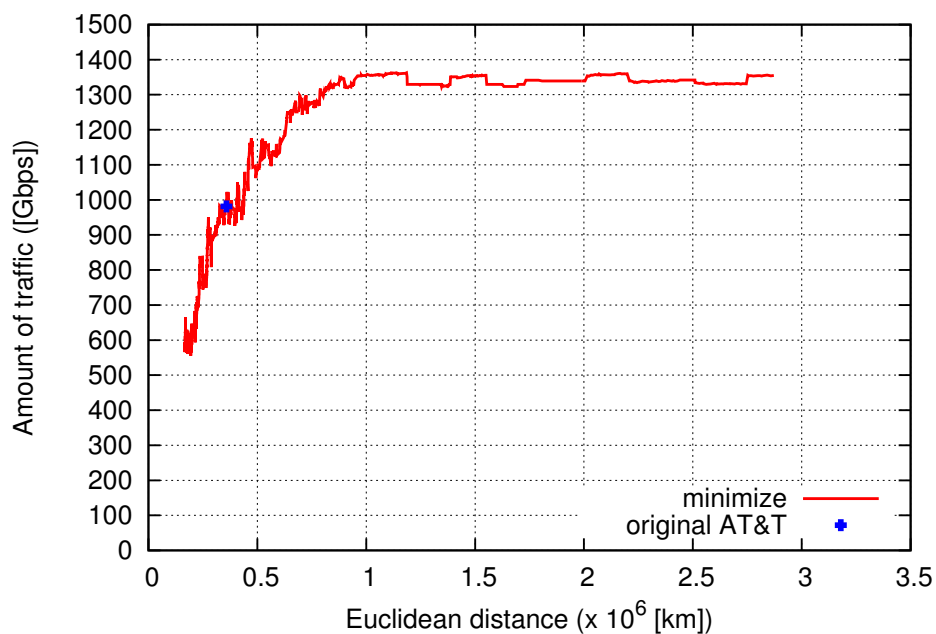


図 14: 通信需要の平均を 10 Mbps としたときに収容可能なトラフィック量 (トポロジー  $T$  をもとに回線の物理距離を減少させた結果)



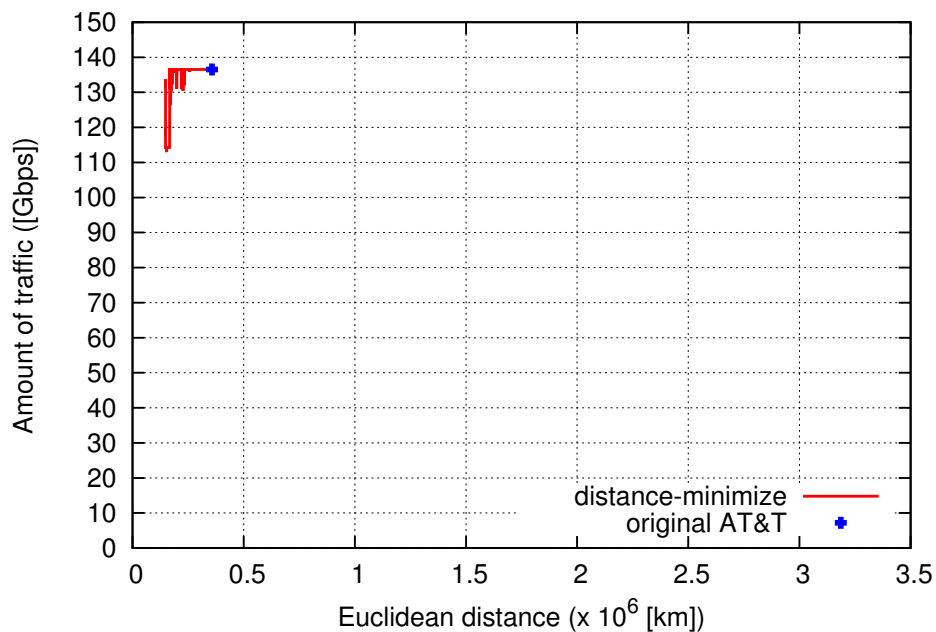


図 15: 通信需要の平均を 1 Mbps としたときに収容可能なトラフィック量 (オリジナルの AT&T トポロジーをもとに回線の物理距離を減少させた結果)

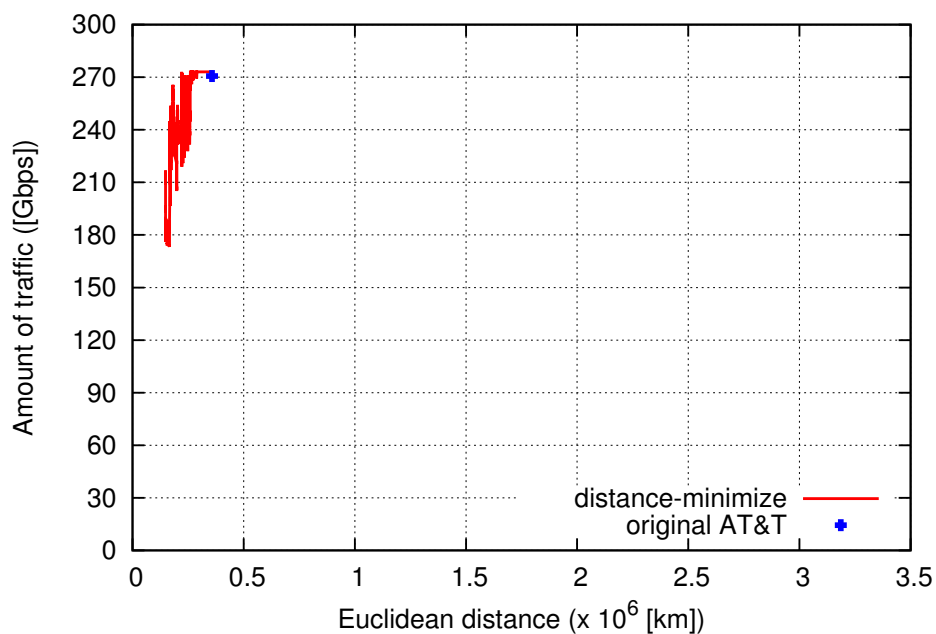


図 16: 通信需要の平均を 2 Mbps としたときに収容可能なトラフィック量 (オリジナルの AT&T トポロジーをもとに回線の物理距離を減少させた結果)

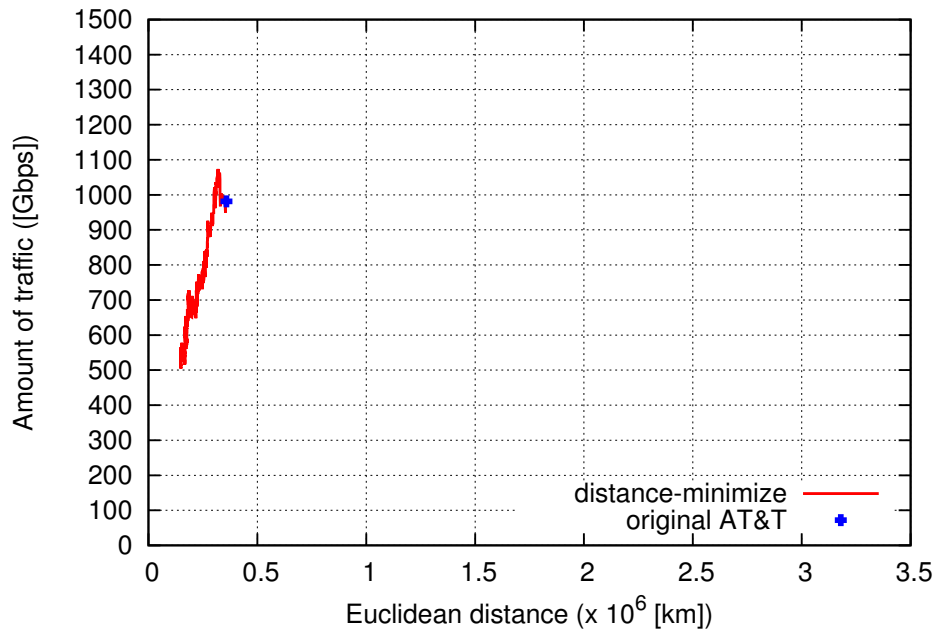


図 17: 通信需要の平均を 10 Mbps としたときに収容可能なトラフィック量 (オリジナルの AT&T トポロジーをもとに回線の物理距離を減少させた結果)

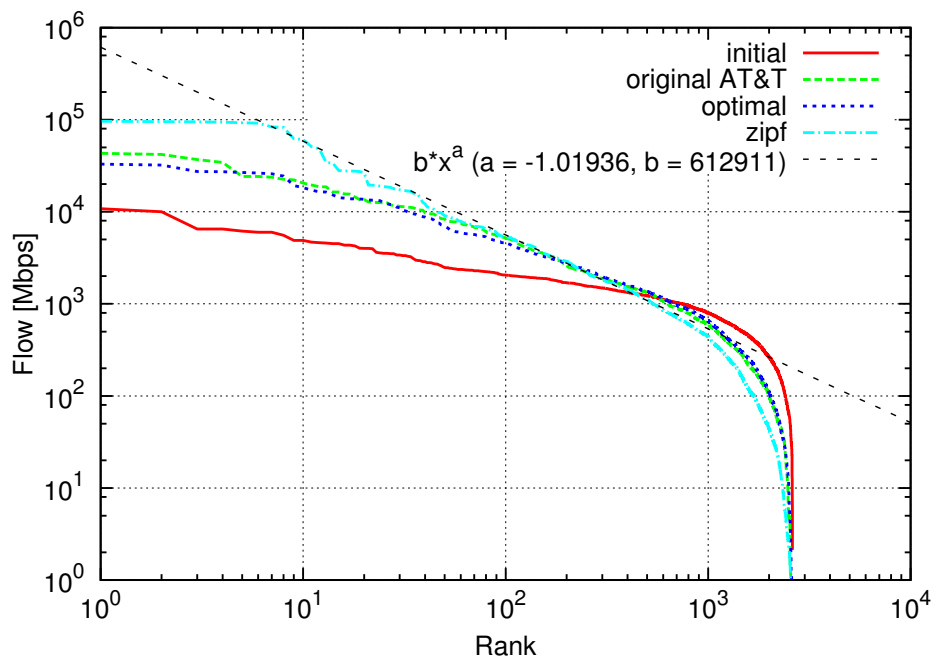


図 18: フロー量分布 (AT&T トポロジー)

回線の物理距離の総和の大きいトポロジー  $T$ (図 18 の initial) から、回線の物理距離の総和を減少させる。すると、AT&T トポロジーのフロー量分布 (図 18 の original AT&T) と同程度のフロー量分布が、AT&T トポロジーと同程度の回線の物理距離を持つときのフロー量分布 (図 18 の optimal) であらわれ、更に回線の物理距離の総和が減少することで、フロー量分布に Zipf 則があらわれていることがわかる (図 18 の zipf)。

#### 4.3.3 回線の物理距離の総和とモジュール性がフロー量分布に与える影響

ここまで、回線の物理距離が小さくなるようにリワイヤリングをおこなったときのトポロジーについて比較することで評価を行った。しかし 3.2.2 節では、回線の物理距離をランダム化するリワイヤリングを行った場合と、回線の物理距離を減少させるリワイヤリングを行った場合で生成されるトポロジーでは、回線の物理距離の総和とモジュール性の関係に異なる結果が得られた。そこで、回線の物理距離の総和とモジュール性がそれぞれフロー量分布に与える影響について分析した。

図 19 に示す回線の物理距離の総和とモジュール性を持つ、次のトポロジー  $T_1, T_2, T_3$  の 3 つのトポロジーに対して、通信需要の平均を 1 Mbps としたときのフロー量分布を比較した結果を図 20 に示す。図 20 の縦軸は各リンクを流れるフロー量、横軸はその順位を表す。

##### トポロジー $T_1$

オリジナルの AT&T トポロジーに対して、回線の物理距離をランダム化するリワイヤリングの過程にあらわれるモジュール性が 0.50、回線の物理距離の総和が  $0.73 \cdot 10^6$  km のトポロジー。

##### トポロジー $T_2$

回線の物理距離をランダム化したトポロジーに対して、回線の物理距離の総和を最小化するリワイヤリング過程にあらわれるモジュール性が 0.44、回線の物理距離の総和が  $0.73 \cdot 10^6$  km のトポロジー (トポロジー  $T_1$  と回線の物理距離の総和が等しい)。

##### トポロジー $T_3$

回線の物理距離をランダム化したトポロジーに対して、回線の物理距離の総和を最小化するリワイヤリング過程にあらわれるモジュール性が 0.50、回線の物理距離の総和が  $0.56 \cdot 10^6$  km のトポロジー (トポロジー  $T_1$  とモジュール性が等しい)。

回線の物理距離の総和の等しいトポロジー  $T_1$  と  $T_2$  を比較すると、モジュール性の低いトポロジー  $T_2$  のフロー量分布の方がより Zipf 則に近づいていることが分かる。回線の物理距離の総和が等しいとき、モジュール性が低くなることで異なるモジュールに属するノード間

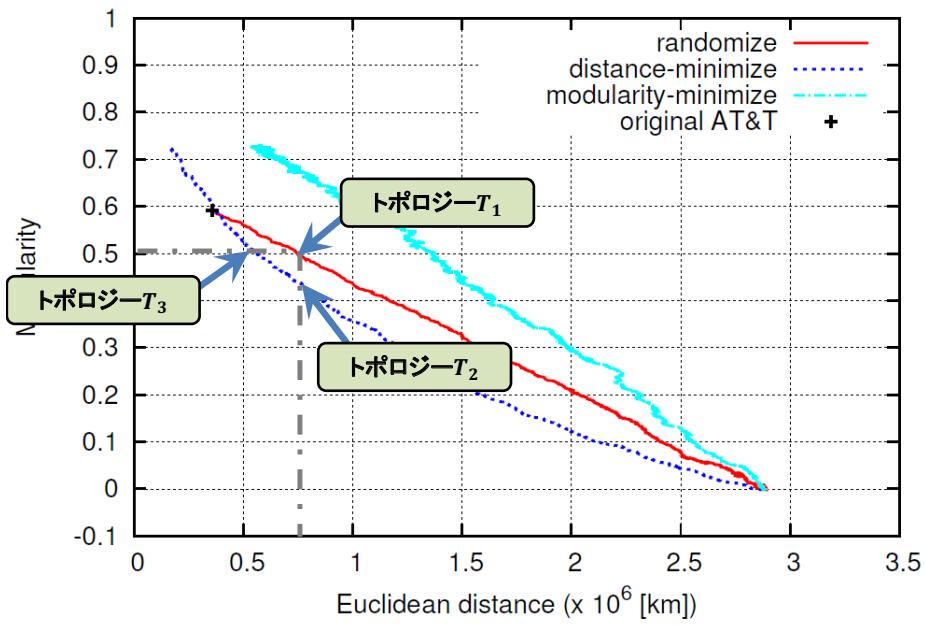


図 19: 比較したトポロジー

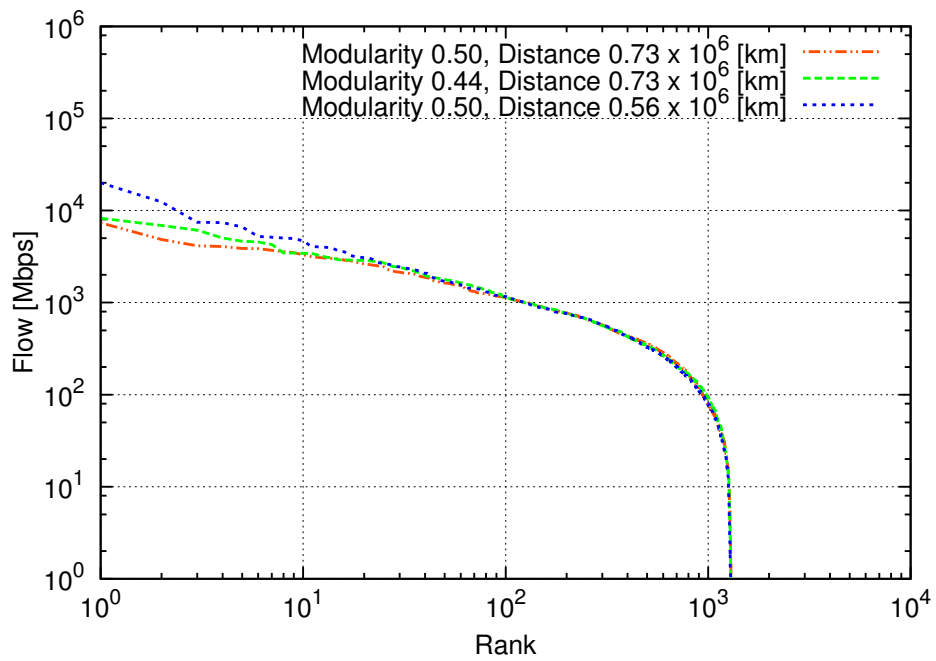


図 20: 通信需要の平均を 1 Mbps としたときのフロー量分布の比較

のリンク数が増加し、1本あたりのリンクにおける回線の物理距離が短くなる。そのため、物理距離の小さい特定のモジュール間にリンクが集約され、そのリンクのフロー量が増加していると考えられる。また、モジュール性の等しいトポロジー  $T_1$  と  $T_3$  を比較すると、回線の物理距離の小さいトポロジー  $T_3$  のフロー量分布の方がより Zipf 則に近づいていることが分かる。この場合には、モジュール性が等しいため異なるモジュールに属するノード間のリンク数にほとんど差がないとき、回線の物理距離の総和が小さくなることで、1本あたりのリンクにおける回線の物理距離が短くなり、物理距離の小さい特定のモジュール間にリンクが集約され、そのリンクのフロー量が増加する。

## 5 おわりに

本報告では、AT&T トポロジーと同一の次数分布を持つトポロジーに対して、次数分布を保持するように回線の物理距離の総和を減少させることで、オリジナルの AT&T トポロジーの持つ回線の物理距離の総和とモジュール性を持つトポロジーが得られることを示した。AT&T トポロジーに対して、回線容量制約下でフローを収容できないリンクを持たないうち通信需要を最大化して与えると、回線の物理距離の総和を AT&T トポロジーの値より減少させたときに、収容可能なトラヒック量が減少することを示した。その結果、AT&T トポロジーの持つフロー量分布が、回線容量制約下で収容可能なトラヒック量に影響を与えないように回線の物理距離の総和を減少させることで現れることを明らかにした。

今後の課題として、ルーターの処理能力による制約が局所連結性に与える影響を明らかにする。

## 謝辞

本報告を終えるにあたり、御教授、御指導下さいました大阪大学大学院情報科学研究科の村田正幸教授ならびに日頃より直接御指導下さいました大阪大学大学院情報科学研究科の荒川伸一准教授に厚く御礼申し上げます。また、本報告を作成するにあたり、助言を下さいました大阪大学大学院経済学研究科の山下裕一助教に心より感謝致します。最後に、様々な助言を下された平山孝弘氏、中田侑氏をはじめとする村田研究室の方々にもお礼申し上げます。

## 参考文献

- [1] M. Faloutsos, P. Faloutsos, and C. Faloutsos, “On power-law relationships of the Internet topology,” *ACM SIGCOMM Computer Communication Review*, vol. 29, pp. 251–262, Oct. 1999.
- [2] A.-L. Barabási and R. Albert, “Emergence of scaling in random networks,” *Science*, vol. 286, pp. 509–512, Oct. 1999.
- [3] L. Li, D. Alderson, W. Willinger, and J. Doyle, “A first-principles approach to understanding the Internet’s router-level topology,” *ACM SIGCOMM Computer Communication Review*, vol. 34, pp. 3–14, Oct. 2004.
- [4] A. Fabrikant, E. Koutsoupias, and C. H. Papadimitriou, “Heuristically optimized trade-offs: a new paradigm for power laws in the Internet,” *Automata, languages and programming*, vol. 2380, pp. 110–122, July 2002.
- [5] N. Berger, B. Bollobás, C. Borgs, J. Chayes, and O. Riordan, “Degree distribution of the FKP network model,” in *Proceedings of International Colloquium on Automata, Languages and Programming (ICALP)*, vol. 2719, July 2003.
- [6] J. I. Alvarez-Hamelin and N. Schabanel, “An Internet graph model based on trade-off optimization,” *The European Physical Journal B-Condensed Matter and Complex Systems*, vol. 38, pp. 231–237, Mar. 2004.
- [7] T. Hirayama, S. Arakawa, S. Hosoki, and M. Murata, “Models of link capacity distribution in ISP’s router-level topology,” *International Journal*, vol. 3, pp. 205–216, Sept. 2011.
- [8] 荒川伸一, 滝根哲哉, 村田正幸, “通信ネットワークのトポロジー構成のモデル化と性能評価への応用,” 電子情報通信学会技術研究報告 (NS2011-110), vol. 111, pp. 37–42, Nov. 2011.
- [9] S. Hosoki, “Structural analyses of router-level topologies having a power-law flow distribution,” Master’s thesis, Osaka University, Feb. 2011.
- [10] X. F. Wang and G. Chen, “Complex networks: small-world, scale-free and beyond,” *IEEE Circuits and Systems Magazine*, vol. 3, pp. 6–20, Sept. 2003.



- [11] M. Newman and M. Girvan, “Finding and evaluating community structure in networks,” *Physical review E*, vol. 69, p. 026113, Feb. 2004.
- [12] A. Clauset, M. Newman, and C. Moore, “Finding community structure in very large networks,” *Physical review E*, vol. 70, p. 066111, Dec. 2004.
- [13] P. Mahadevan, D. Krioukov, K. Fall, and A. Vahdat, “Systematic topology analysis and generation using degree correlations,” *ACM SIGCOMM Computer Communication Review*, vol. 36, pp. 135–146, Aug. 2006.