大規模ネットワークシステムの熱力学的解釈

小南大智（大阪大学）

発表の概要

■ 大規模ネットワークシステムの熱力学的解釈

1. 研究の背景・目的
2. ネットワークシステムにおける熱力学的状態量（内部エネルギー・エントロピー・温度）を定義する
3. 熱・統計力学の知見を用いることで、シンプルなネットワークシステムでは、ノードの局所的な振る舞いの解析結果を用いて、マクロな値として定義した熱力学的状態量を記述できることを示す
4. 理論解析結果を元にネットワークシステムにおける熱力学的状態量のもつ意味を述べる

研究の背景

■ 従来のネットワークでは、最適化を目的とした集中型の制御が可能であった

最適化が可能であった理由
ネットワークのノードやリンクの情報を観測によって捉え、最適な状態を求めるまでの時間が環境変動の周期に対して十分短い

■ ネットワークの大規模化に伴い最適化が困難になる

最適化が困難になる理由
情報の観測範囲の広範化、探索するべき状態数の増大により、最適な状態を求めたときには、すでに環境変動が無視できないほどに生じてしまい、最適な状態が意味をなさなくなる

◆ ネットワークをサブネットワークに分割して、サブネットワークごとの最適化を行う制御（分散型制御や自己組織型制御）が有効になる可能性

研究の目的

分散型・自己組織型制御の課題

■ ネットワークシステム（系）内の個々の要素の性質や、要素間における相互作用がシステム全体にもたらす影響を捉えることが困難

⬇

自律分散的に振る舞う大規模なネットワークシステムの性質を、熱・統計力学の知見を用いて記述する

なぜ熱・統計力学か

■ 統計力学と熱力学

統計力学は1870年代にボルツマンにより研究が開始され、1896年に *Lectures on Gas Theory* としてまとめられた。その初期には熱力学的な気体のマクロ的性質を、気体の分子運動というミクロ的立場から説明した。[1]

◆ 系のミクロな振る舞いを元にマクロな振る舞いを表現する方法としての利用可能性に着目

◆ 実在する大規模システムである自然システムや生物システムは熱力学に従う。人工システムであるネットワークも大規模複雑化が進むにつれ従うと予想

[1] Werner Ebeling, Igor M. Sokolov, "Statistical Thermodynamics and Stochastic Theory of Non-equilibrium Systems," World Scientific, 2005.

熱力学的状態量

■ システムの平衡状態に対応して値が定まる量

◆ **内部エネルギー（E）**：システムの内部状態によってのみ定まるエネルギー。例としてシステム構成要素の運動エネルギーやポテンシャルエネルギーの総和がある

◆ **エントロピー（S）**：断熱条件下における不可逆性を説明する量。例として「熱量変化÷絶対温度」がある

◆ **温度（T）**：システムの平衡状態を特徴づける量。例として摂氏温度や絶対温度がある

ネットワークシステムの状態量を定義したいが、具体的な関数が定義されていない

用いる統計力学の知見　6

■ システムの「エネルギー」と「ミクロな状態」を定義できると、エントロピー、温度、自由エネルギーが具体的な関数で定義できる

◆ 系が解に至った際の性質を調べるために、本発表ではネットワークシステムの "性能" をエネルギーに対応付ける

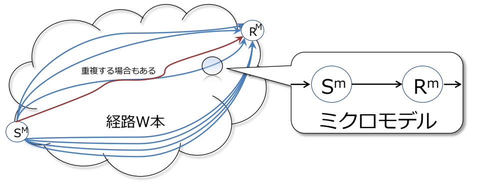
1. システムの内部エネルギー E を決める
2. 状態数 W(E)、エントロピー S(E) を導出
3. 温度を dS/dE = 1/T として導出
4. 系の自由エネルギーを導出

ネットワークシステムのマクロモデル　7

■ 多数のミクロモデルが連結するネットワークで送信元端末 S^M が宛先端末 R^M に対して最小ホップ経路を用いた通信を行う

◆ エンド間には多数の経路が存在する（W本）

■ **<u>Wは非常に大きく、観測・解析が困難</u>**



自由エネルギーとミクロな状態　8

■ ネットワークシステムの「エネルギー」と「ミクロな状態」を定義する必要がある

◆ 内部エネルギーはシステムの状態によって定まる値であり、本発表ではネットワークシステムの「性能」とする

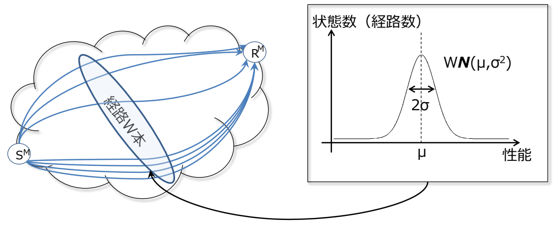
◆ **<u>ミクロレベルでは後述のミクロモデルに従うが、マクロシステム全体がどのようになっているかは観測できない</u>**

■ （今回は考慮していないが）ミクロモデル同士の相互作用も考慮すると、非常に複雑になる

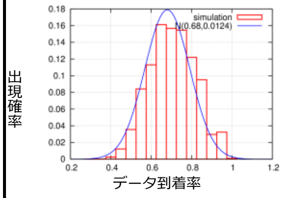
マクロシステムの性能が従う分布を仮定　9

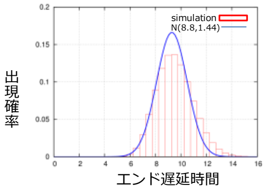
■ マクロシステムの性能分布は正規分布に従う

◆ ミクロモデルでの通信路の性能分布の種類数に対して、マクロな経路の数が十分に大きければ中心極限定理から正規分布に近似可能とする



性能分布が正規分布に従う例　10





■ 一辺 1 の正方領域に 498 ノードをランダム配置。送信元ノードを(0,0)、宛先ノードを(1,1)に配置

■ 通信範囲 0.15とすると最短ホップ経路は 17040 本

■ 隣接局との通信成功率を距離に関する単調減少関数としたときのデータ到着率の分布を調査

■ 225ノードを格子状配置（15x15）し、対頂の2ノードを送信元と宛先とする

■ 上下左右方向に通信可能とするとき、最短ホップ経路は$1.5*10^9$本

■ 各リンクの利用可能帯域を 1～10 Mbps（1 Mbps 刻みの一様分布）としたときの遅延時間の分布を調査

ネットワークシステムの状態量導出　11

■ エンド間性能 E_{ns} を系のエネルギーとすることで、エントロピー、温度の導出が可能

■ エントロピー $S_{ns} = k_B \log(W(E_{ns}))$

◆ $W(E)$ ：性能 E を示すようなミクロ状態数

◆ k_B ：ボルツマン定数

※ $W(E) = WN(\mu, \sigma^2)$であるから、以下が得られる

$S_{ns} = -k_B(E_{ns} - \mu)^2/2\sigma^2 + \gamma$（$\gamma$ は定数）

■ 温度 $T_{ns} = dE_{ns}/dS_{ns}$

$= -\sigma^2/k_B(E_{ns} - \mu)$

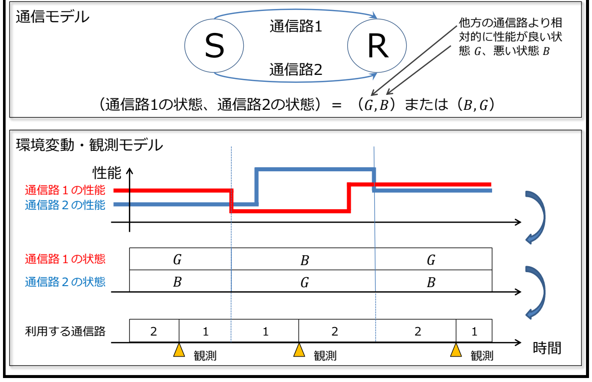
ミクロシステムのモデリング

12

- ネットワークの単位として二体間の通信を考える
  - 送信端末 S が受信端末 R に対して通信を行い、S と R の間には二通りの通信路（通信路 1 と 2）が存在する
    - **性能モデル**：各通信路を使う際の性能は同じ確率分布に従って決まる（互いに独立）
    - **環境変動モデル**：各通信路の性能は確率分布に従い、直前までと異なる値に一定頻度で変化する
    - **観測モデル**：性能のより良い通信路を利用するために S は一定頻度で通信路を観測する

通信のミクロモデル

13



ミクロモデルの詳細（1/2）

14

- 性能モデル
  - 通信路 1 あるいは通信路 2 を利用した際の性能が従う分布については、平均と分散が存在すること以外特に仮定をおかない
  - G の通信路を選択した場合の性能の期待値を E_G、B の通信路を選択した場合の性能の期待値を E_Bとする
- 環境変動モデル
  - 一定頻度 f_e で通信路 1 と通信路 2 の性能が、ある分布に従い変化する
    - 互いに独立、以前の値に依存しない

ミクロモデルの詳細（2/2）

15

- 観測モデル
  - 一定頻度 f_o で両通信路を観測する
  - 観測後は性能のより良い通信路を利用する

平均性能の導出

16

- 状態 G の通信路を利用する時間割合 P_G の導出
  - 定常状態を仮定すると、P_G は時間変化しない
    - $\frac{1}{2}(1-P_G)f_e - \frac{1}{2}P_G f_e + (1-P_G)f_o = 0$
    - $P_G = \frac{f_e+2f_o}{2(f_e+f_o)}$
- 平均性能を E_{st}とする($E_{st} = E_G P_G + E_B(1-P_G)$)
  - $E_{st} = \underbrace{\boxed{\frac{E_G+E_B}{2}}}_{\text{無観測時の平均性能 } E_{avg}} + \underbrace{\boxed{\frac{E_G-E_B}{2}(\frac{f_o}{f_e+f_o})}}_{\text{観測による性能の増加}}$
  - 無観測時の性能の分散 E_{var} は $\frac{(E_G-E_B)^2}{4}$

ミクロとマクロの連結

17

- マクロな経路集合はミクロな通信路をn 個連結したものとすると、熱力学的状態量をミクロの理論解析で記述できる

■ $\mu = nE_{avg} = n\frac{(E_G+E_B)}{2}$ ■ $\sigma^2 = nE_{var} = n\frac{(E_G-E_B)^2}{4}$	無観測時のミクロ性能の平均と分散＝マクロな性能分布の平均と分散
■ $E_{ns}^* = nE_{st} = n\left(\frac{E_G+E_B}{2} + \frac{E_G-E_B}{2}\frac{f_o}{f_e+f_o}\right)$	ミクロの平均性能＝マクロの定常性能

$$T_{ns}^* = -\frac{\sigma^2}{k_B(E_{ns}^*-\mu)} = \frac{E_G-E_B}{2k_B}\cdot\frac{f_o+f_e}{f_o}$$

ネットワークシステムの熱力学的解釈

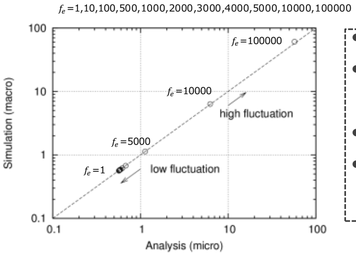
18

熱力学	ネットワーク（マクロ）	ネットワーク（ミクロ）	解釈
内部エネルギー	E_{ns}^{*}	$n\left(\frac{E_G + E_B}{2} + \frac{E_G - E_B}{2}\frac{f_o}{f_e + f_o}\right)$	エンド間性能
エントロピー	$-k_B\frac{(E_{ns}^{*}-\mu)^2}{2\sigma^2} + \gamma$	$-\frac{nk_B}{2\sigma^2}\left(\frac{E_G - E_B}{2}\frac{f_o}{f_e + f_o}\right)^2 + \gamma$	性能 E_{ns} がどの程度珍しいかを表す
温度	$-\frac{\sigma^2}{k_B(E_{ns}^{*} - \mu)}$	$\frac{E_G - E_B}{2k_B} \cdot \frac{f_o + f_e}{f_o}$	ネットワークのゆらぎの激しさ・観測、制御による適応力

■ すでにマクロシステムの熱力学的状態量が近似的に上記の式で与えられることはシミュレーションによって検証した。そこで、理論解析によって導出した温度がこの温度と一致することを示す

理論解析/シミュレーションでの温度

19



- 30ノードの鎖状トポロジー
- ミクロ性能分布は離散一様分布 1,2,⋯,10 Mbps に従う
- パケットサイズ 1000 bit
- E_{ns} は両端のノードの一方が他方にパケットを送る際の片道遅延

■ 理論解析結果とマクロモデルが広い領域で一致
→ うまくネットワークを熱力学で表現できている

まとめと今後の課題

20

■ まとめ
- ◆ 統計力学の知見を用いた、ネットワークシステムの熱力学的状態量を定義
- ◆ 具体的なマクロ・ミクロモデルを用いてネットワークシステムが熱力学に従う例を示した
  - ■ ネットワークシステムの性能分布が正規分布に従う際に成立する
  - ■ ミクロシステムは理論解析ができる必要はなく、シミュレーションで調べてもよく、本結果かから、マクロの結果から導出してもよい
- ◆ 今後の課題は、より一般的なネットワークでの検証